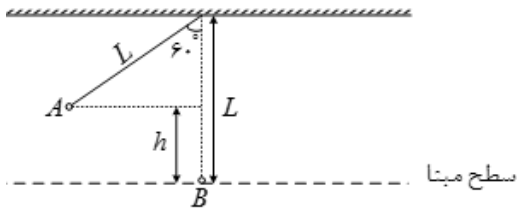


با توجه به شکل داریم:



$$h = L - L \cos 60^\circ = L - \frac{L}{2} = \frac{L}{2}$$

با نوشتن انرژی مکانیکی در حالت‌های A و B خواهیم داشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow \cancel{K_A} + U_A = K_B + \cancel{U_B} \Rightarrow mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{gL}$$

ابتدا جرم مواد نفتی وارد شده به مرکز انتقال در هر ثانیه را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V = 800 \times 1 = 800 \text{ kg}$$

باتوجه به ثابت بودن تندی، می‌توان نتیجه گرفت که کار کل انجام شده بر روی مواد نفتی صفر است:

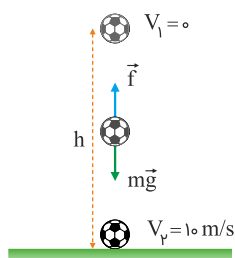
$$\begin{aligned} W_t &= K_2 - K_1 = W_{mg} + W_{\text{پمپ}} \\ \xrightarrow{v_2=v_1 \Rightarrow K_2-K_1=0} 0 &= -mgh + W_{\text{پمپ}} \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = mgh \\ \Rightarrow W_{\text{پمپ}} &= 800 \times 10 \times 3000 = 2/4 \times 10^7 \text{ J} \end{aligned}$$

با استفاده از بازده پمپ، می‌توان انرژی ورودی را محاسبه کرد:

$$\text{بازده} = \frac{2/4 \times 10^7 \text{ J}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 = 30 \Rightarrow \text{انرژی ورودی} = 8 \times 10^7 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{av ورودی}} &= \frac{\text{انرژی ورودی}}{\Delta t} \\ \Rightarrow P_{\text{av ورودی}} &= \frac{8 \times 10^7 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 8 \times 10^7 \text{ W} = 8 \times 10^7 \cancel{\text{ W}} \times \frac{1 \text{ MW}}{10^6 \cancel{\text{ W}}} = 80 \text{ MW} \end{aligned}$$

در شکل روبه‌رو، نیروی مقاومت هوا را با $\vec{f}$ نشان داده‌ایم. ابتدا ارتفاع h را به دست می‌آوریم:



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = K_2 - K_1$$

$$mgh + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 2 \times 10 \times h - 300 = \frac{1}{2} \times 2 \times (10^2 - 0^2)$$

$$20h - 300 = 100 \Rightarrow 20h = 400 \Rightarrow h = 20 \text{ m}$$

در صورت حذف نیروی مقاومت هوا، فقط نیروی وزن جسم به آن وارد و روی جسم کار انجام می‌دهد. داریم:

$$W_{mg} = \Delta K \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$v_1 = 0 \Rightarrow v_2^2 = 2gh = 2 \times 10 \times 20 = 400 \Rightarrow v_2 = 20 \text{ m/s}$$

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی کار برآیند نیروهای وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم:

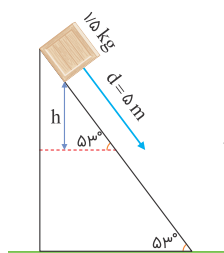
$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 4(36 - 0) = 72 \text{ J}$$

$$W_F = F \cdot d \cos \theta = 20 \times 10 \times 1 = 200 \text{ J}$$

حال با استفاده از دو رابطه بالا می‌توان نوشت:

$$W_F + \overbrace{W_{mg}}^{=0} + \overbrace{W_{F_N}}^{=0} + W_f = 72 \Rightarrow 200 + W_f = 72 \Rightarrow W_f = -128 \text{ J}$$

با توجه به شکل داریم:



$$\sin 53^\circ = \frac{h}{5} \Rightarrow h = 0.4 \times 5 = 2 \text{ m}$$

$$W_{mg} = +mgh = +1/5 \times 10 \times 2 = 4 \text{ J}$$

مورد الف: طبق اصل پایستگی انرژی، انرژی از بین نمی‌رود و به وجود هم نمی‌آید بلکه از صورتی به صورت دیگر تبدیل می‌شود. (درست)

مورد ب: انرژی پتانسیل برعکس انرژی جنبشی برای یک سامانه تعریف می‌شود. (درست)

مورد ج: انرژی درونی یک جسم تنها به تعداد ذرات سازندهٔ جسم و انرژی هر ذره وابسته است. (نادرست)

مورد د:

$$\frac{\text{انرژی اتلافی}}{\text{انرژی مفید}} = \frac{65\%}{35\%} : \text{در یک نیروگاه سوخت فسیلی}$$

$$\frac{\text{انرژی اتلافی}}{\text{انرژی مفید}} = \frac{10\%}{90\%} : \text{در خطوط انتقال توان الکتریکی}$$

در هر ۹۰ کیلومتر:

$$E_{\text{کل}} = 5 \times 3/5 \times 10^7 = 17/5 \times 10^7$$

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \Rightarrow 45 = \frac{90}{t} \Rightarrow t = 2h$$

$$\Rightarrow t = 2 \times 3600 = 7200 \Rightarrow P = \frac{E_{\text{کل}}}{t} = \frac{17/5 \times 10^7}{7200} = 2/4 \times 10^4$$

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{40}{100} = \frac{P_{\text{مفید}}}{2/4 \times 10^4} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 2/4 \times 10^4 \times 0/4 = 9600W$$

نیروهای F ، f_k و وزن بر روی جسم کار انجام می‌دهند. از قضیهٔ کار و انرژی کار نیروی اصطکاک را محاسبه می‌کنیم:

$$W_f + W_F + W_{mg} = \Delta K$$

$$\left. \begin{aligned} \Rightarrow W_f + Fd - \underbrace{\Delta U}_{mgh} &= \underbrace{\Delta K}_{\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)} \\ \sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow d &= 4m \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_f + 40 \times 4 - 2 \times 10 \times 2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2$$

$$\Rightarrow W_f = -160 + 25 + 40 = -95J$$

تکنیک: اگر چندین وسیله به گونه‌ای قرار بگیرند که انرژی خروجی هریک برای وسیله دیگر به عنوان انرژی ورودی باشد، می‌توان مجموعه آن‌ها را یک وسیله با بازدهی برابر با ضرب بازده تمام وسایل در نظر گرفت. باتوجه به این نکته ابتدا بازده مجموعه را به دست می‌آوریم:

$$Ra_{\text{کل}} = Ra_{\text{پمپ}} \times Ra_{\text{توربین}} = \frac{60}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{24}{100}$$

باتوجه به توان ورودی پمپ (یعنی 40 kW) و بازده کل به دست آمده، توان خروجی ژنراتور برابر است با:

$$Ra_{\text{کل}} = \frac{P_{\text{خروجی ژنراتور}}}{P_{\text{ورودی پمپ}}} \Rightarrow \frac{24}{100} = \frac{P_{\text{خروجی ژنراتور}}}{40} \\ \Rightarrow P_{\text{خروجی ژنراتور}} = 9.6 \text{ kW} = 9600 \text{ W}$$

در نهایت برای محاسبه تعداد لامپ‌های روشن شده توسط این ژنراتور، توان خروجی ژنراتور را به توان هریک از لامپ‌ها تقسیم می‌کنیم، در این صورت تعداد لامپ‌ها برابر است با:

$$n = \frac{P_{\text{خروجی ژنراتور}}}{P_{\text{یک لامپ}}} = \frac{9600 \text{ W}}{100 \text{ W}} = 96$$

توجه کنید: بازده لامپ‌ها در تبدیل انرژی الکتریکی به نورانی مؤثر است، در صورتی که ژنراتور انرژی الکتریکی لامپ را تأمین می‌کند.

با محاسبه تفاضل انرژی مکانیکی در نقاط A و B، کار نیروی اصطکاک در این جابجایی به دست می‌آید. البته باید توجه داشت که ارتفاع طی شده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{\Delta x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{4} \Rightarrow h = 2 \text{ m} \\ W_{f_k} = E_B - E_A = K_B - K_A + U_B - U_A = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) + mg(h_B - h_A) \\ \Rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 2(36 - 4) + 2 \times 10(0 - 2) = -8 \text{ J}$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{\Delta t} \Rightarrow E_{\text{خروجی}} = P_{\text{خروجی}} \times \Delta t$$

$$\frac{P_{\text{خروجی}} = 16 \times 10^6 \text{ W}}{\Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}} \rightarrow E_{\text{خروجی}} = 16 \times 10^6 \times 60 \text{ J}$$

$$\text{بازده} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \xrightarrow{\text{بازده} = \% 80 = 0.8} 0.8 = \frac{16 \times 10^6 \times 60}{E_{\text{ورودی}}}$$

$$\Rightarrow E_{\text{ورودی}} = 2 \times 10^6 \times 60 = 12 \times 10^8 \text{ J}$$

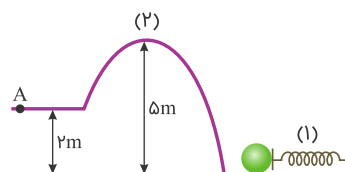
انرژی ورودی برابر با انرژی پتانسیل گرانشی آبی است که روی توربین می‌ریزد:

$$E_{\text{ورودی}} = mgh \Rightarrow 12 \times 10^8 = m \times 10 \times 100 \Rightarrow m = 12 \times 10^5 \text{ kg}$$

حالا حجم آب را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 10^3 = \frac{12 \times 10^5}{V} \Rightarrow V = 1200 \text{ m}^3$$

برای اینکه گلوله به نقطه A برسد، باید از بالاترین نقطه مسیر عبور کند. حداقل انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر، مقدار انرژی است که بتواند گلوله را به بالای تپه برساند و تندی گلوله در بالای تپه به صفر برسد. طبق پایستگی انرژی، داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_{e1} = U_{g2} \Rightarrow U_{e1} = mgh = 0.2 \times 10 \times 5 = 10 \text{ J}$$

وقتی کار کل (W_t) صفر است، با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی، می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات انرژی جنبشی هم صفر است:

$$W_t = K_2 - K_1 = 0 \Rightarrow K_2 = K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_2 = v_1$$

می‌توان نتیجه گرفت که انرژی جنبشی و همین‌طور تندی در دو نقطه آغاز و پایان جابجایی، یکسان بوده است. قضیه کار-انرژی جنبشی، فقط به ما اطلاعاتی در مورد آغاز و پایان جابجایی می‌دهد.

نکته دیگر این است که باتوجه به گزینه "۳"، تفاوت "تندی" و "سرعت" را باید مطرح نمود. تندی متوسط برابر با نسبت مسافت پیموده شده به مدت زمان صرف شده است، ولی سرعت متوسط عبارت است از نسبت بردار جابجایی به مدت زمان صرف شده. تندی یک کمیت نرده‌ای است و جهتی ندارد ولی سرعت یک کمیت برداری است و جهت حرکت جسم اهمیت دارد.

چون انرژی جنبشی جسم ۹۶ درصد افزایش می‌یابد، داریم:

$$K_2 = K_1 + \frac{96}{100} K_1 = \frac{196}{100} K_1$$

حال با نسبت گیری حالت اول و دوم انرژی جنبشی جسم می‌توان نوشت:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{196}{100} = \left(\frac{v_2}{25} \right)^2 \Rightarrow \frac{14}{10} = \frac{v_2}{25} \Rightarrow v_2 = 35 \text{ m/s}$$

بنابراین سرعت متحرک باید $10 \text{ m/s} = (35 - 25)$ افزایش یابد.

در مسیر رفت انرژی تلف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$W_{fk} = (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = mgh - \frac{1}{2}mv^2 = (2 \times 10 \times 3) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 100 \right)$$

$$W_{fk} = 60 - 100 = -40 \text{ J}$$

، بنابراین انرژی تلف شده در کل مسیر رفت و برگشت 80 J است، چون انرژی مکانیکی در نقطه پرتاب $100 \text{ J} = \frac{1}{2}mv^2 = E$ است، انرژی مکانیکی در بازگشت به A باید 20 J شود.

$$E = U + K \xrightarrow{U=0} 20 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$$

کار مفید پمپ در مدت یک دقیقه را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P.t = 300 \times 60 = 18000 \text{ J}$$

کار مفید پمپ صرف افزایش انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی آب شده است، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$W = \Delta U + \Delta K = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 18000 = 120 \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 120 \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

با نوشتن انرژی مکانیکی بین دونقطه A و B داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 16 + 10 \times 8 = \frac{1}{2} \times v_B^2 + 10 \times 1/6$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 144 \Rightarrow v_B = 12 \text{ m/s}$$